

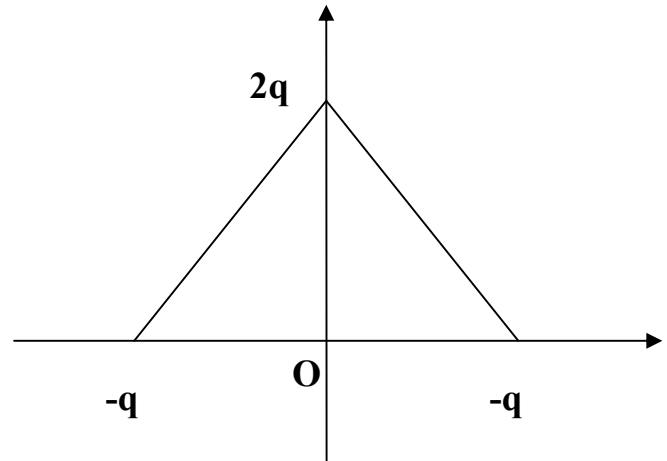
Facoltà di Ingegneria
Prova Scritta di Fisica II
19 settembre 2007

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$$

Esercizio n. 1

Tre cariche puntiformi sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato $d = 10 \text{ cm}$. Le cariche (1) e (2) sono negative e valgono $-q$, mentre la carica (3) è positiva e vale $2q$ ($q = 1 \mu C$).

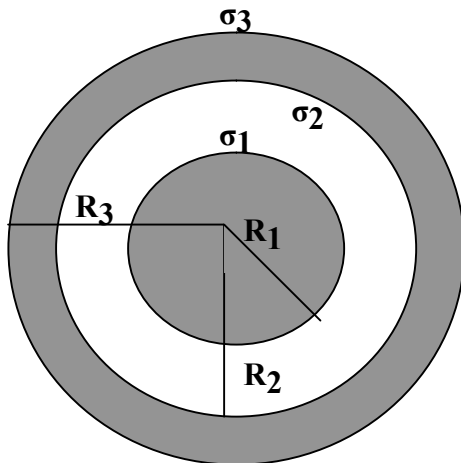
Rispondere alle seguenti domande:



1. Calcolare il modulo del momento di dipolo \vec{p} del sistema:
 - A. $2.54 \cdot 10^{-3} C \cdot m$
 - B. $3.15 \cdot 10^2 C \cdot m$
 - C. $6.79 C \cdot m$
 - D. $1.73 \cdot 10^{-7} C \cdot m$ (*)
2. Calcolare direzione e verso del momento di dipolo \vec{p} del sistema:
 - A. Lungo l'asse z con verso opposto
 - B. Lungo l'asse y con verso uguale (*)
 - C. Lungo l'asse x con verso uguale
 - D. Lungo l'asse x con verso opposto
3. Calcolare il potenziale elettrico V_0 nel punto P_0 di coordinate $x_0 = 0$ e $y_0 = 40 \text{ cm}$:
 - A. $4.8 \cdot 10^{-2} J/C$
 - B. $3.2 \cdot 10^{-3} J/C$
 - C. $12.7 \cdot 10^3 J/C$. (*)
 - D. $0.7 J/C$
4. Calcolare il modulo del campo elettrico E_0 nell'origine degli assi:
 - A. $7.35 \cdot 10^{-2} V/m$
 - B. $-3.44 V/m$
 - C. $6.21 \cdot 10^3 V/m$
 - D. $2.40 \cdot 10^6 V/m$ (*)

Esercizio n. 2

Una sfera conduttrice di raggio R_1 porta una carica Q_1 . Un guscio sferico (sfera cava), pure conduttore, concentrico alla sfera di raggio R_1 , avente raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 , è caricato con carica Q_2 . Calcolare nell'ipotesi che il sistema sia nel vuoto:



5. Il campo elettrico interno al conduttore che costituisce il guscio sferico esterno (di raggio R_2):

- A. $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}$
- B. 0 (*)
- C. $\frac{Q_1}{\pi\epsilon_0 (R_2 - R_1)^2}$
- D. $\frac{Q_1 R_2}{4\pi\epsilon_0}$

6. La densità di carica superficiale σ_2 sulla superficie interna del guscio sferico esterno (di raggio R_2):

- A. $-\frac{Q_1}{4\pi R_2^2}$ (*)
- B. $\frac{Q_1}{(R_2^2 - R_3^2)}$
- C. $-\frac{(R_3 - R_2)^2}{Q_1 R_2^2}$
- D. $\frac{Q_1^2}{2\pi R_2}$

7. La differenza di potenziale ($V_1 - V_2$) tra i due conduttori considerati:

- A. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_3}$

- B. $\frac{2Q_1}{3\pi(R_2 - R_1)^2}$
- C. $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} \quad (*)$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R_3} - \frac{Q_2}{(R_3 - R_1)} \right)$

8. Se si pone uguale a zero il potenziale all'infinito ($V(\infty) = 0$), il potenziale V_1 della sfera di raggio R_1 vale:

- A. $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(R_3 - R_1)^2}$
- B. $\frac{3}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1^2} - \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(R_3 - R_2)^2}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2\pi\epsilon_0} \frac{(Q_2 - Q_1) R_2}{(R_3 - R_1)^2}$
- D. $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} + \frac{(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_3} \quad (*)$

Esercizio n.3

Un filo di materiale isolante, piegato a semicirconferenza di raggio $R=10\text{cm}$, possiede una carica elettrica distribuita su di esso con densità lineare $\lambda = k \sin 2\theta$ ($k = 10^{-9} \text{ C/m}$), dove $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$.

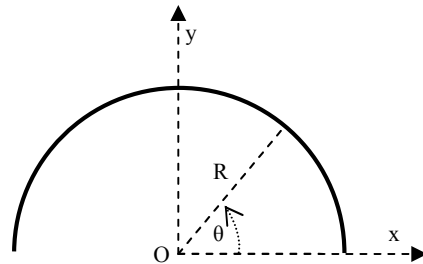
Calcolare il campo ed il potenziale elettrostatico nel punto O centro del filo isolante.

Immaginare poi che lo stesso filo sia di materiale conduttore e sia percorso da una corrente I. Calcolare il campo magnetico prodotto nel punto O dalla corrente in tale filo.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

9. Il segno della carica al variare dell'angolo θ è:

- A. Positivo tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ e negativo tra $\frac{\pi}{2}$ e π (*)
- B. Positivo tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ e positivo tra $\frac{\pi}{2}$ e π
- C. Negativo tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ e negativo tra $\frac{\pi}{2}$ e π
- D. Negativo tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ e positivo tra $\frac{\pi}{2}$ e π



10. Il modulo del campo elettrico in O vale

- A. -8.63 V/m
- B. $3.75 \cdot 10^3 \text{ V/m}$
- C. $-119.95 \text{ V/m} \quad (*)$
- D. 0

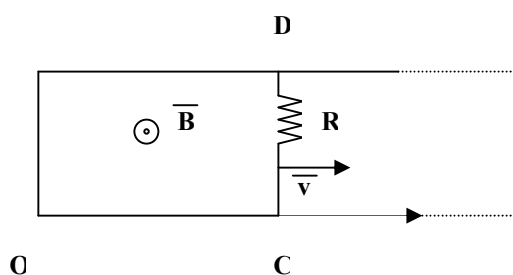
11. La carica elettrica posseduta dal filo vale

- A. $0 \quad (*)$

- B. $6.57 \cdot 10^{-3} C$
 C. $1.07 C$
 D. $5.22 \cdot 10^{-6} C$
12. Il potenziale elettrico in O vale
 A. 0 (*)
 B. $6.19 V$
 C. $2.12 \cdot 10^{-2} V$
 D. $-3.44 \cdot 10^2 V$
13. Se il filo fosse di materiale conduttore e se fosse percorso da una corrente $I = 0.3 A$, il campo magnetico prodotto da tale corrente nel punto O sarebbe:
 A. $7.57 \cdot 10^{-3} T$
 B. $0.16 T$
 C. $9.42 T$ (*)
 D. $3.22 \cdot 10^2 T$

Esercizio n. 4

Un filo conduttore di resistenza trascurabile è rigido ed è piegato ad U e disposto in un campo magnetico uniforme e costante nel tempo, di induzione magnetica B , perpendicolare al piano definito dalla U stessa (ed uscente dal foglio nel caso della figura). Sul filo può scorrere senza attrito un conduttore CD, di lunghezza l e resistenza R , che nei punti C e D è in contatto con il filo ad U. Il conduttore CD si muove con velocità costante v , perpendicolarmente ai lati paralleli della U. Rispondere alle seguenti domande, tenendo conto che la resistenza del filo piegato ad U è trascurabile:



14. La f.e.m. indotta nel circuito è data da:
 A. $-Blv$ (*)
 B. $\frac{Bv^2}{l}$
 C. Bl^2v
 D. $\frac{\mu_0 v}{Bl}$
15. La corrente indotta nel circuito è data da:
 A. $\frac{Bv^2 R}{l}$
 B. $-\frac{Blv}{R}$ (*)
 C. Rlv
 D. $\frac{B^2}{lR}$
16. La potenza dissipata per effetto Joule nella resistenza R è data da:
 A. $R^2 l^2$

- B. $\frac{B^2 l^2 v^2}{R} \quad (*)$
- C. $\frac{l^2 R}{v}$.
- D. $R^2 \sqrt{Bl}$

17. Il modulo della forza F che è necessario applicare dall'esterno al conduttore mobile CD, perché si muova alla data velocità costante v è dato da :

- A. $v^2 l^2$
- B. $\frac{Bl}{\mu_0 R}$
- C. $\mu_0 v B$.
- D. $\frac{B^2 l^2 v}{R} \quad (*)$

Altre domande

18. Un campo vettoriale \vec{E} è conservativo se e solo se

- A. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$
- B. $\vec{\nabla} E = 0$
- C. $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0$
- D. $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

19. Un campo vettoriale \vec{B} è solenoidale in tutti i punti dello spazio se risulta che:

- A. $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, con Γ linea chiusa qualsiasi
- B. $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = 0$
- C. $\vec{\nabla} B = 0$
- D. $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$, con A superficie chiusa qualsiasi

20. All'interno di un mezzo dielettrico, immerso in un campo elettrostatico esterno, a causa della polarizzazione indotta, il valore del campo elettrostatico interno, rispetto a quello esterno, risulta

- A. Maggiore
- B. Minore
- C. Identico
- D. Nessuna delle precedenti risposte

21. Due condensatori, rispettivamente di capacità $C_1 = 3 \text{ F}$ e $C_2 = 5 \text{ F}$, collegati in serie, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità

- A. 8 F
- B. 2 F
- C. 1.87 F
- D. 7.50 F

22. Calcolare il flusso Φ del campo elettrostatico E uscente da una superficie gaussiana sferica A , avente raggio $R = 10 \text{ cm}$ e centro O nella posizione occupata dalla carica positiva, $q = 1 \text{ nC}$, costituente un dipolo elettrostatico di momento di dipolo P , $P = 10^{-15} \text{ C} \cdot \text{m}$:

- A. $\Phi = 0$

- B. $\Phi = 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ V} \cdot \text{m}$
- C. $\Phi = 3.7 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{m}$
- D. $\Phi = 4.8 \cdot 10^{-13} \text{ V} \cdot \text{m}$

23. Calcolare il flusso Φ del campo magnetico B , uscente da una superficie chiusa cilindrica A , di raggio di base $R = 5 \text{ cm}$, altezza $L = 10 \text{ cm}$, e coassiale con un filo conduttore rettilineo di lunghezza L , percorso dalla corrente $I = 10 \text{ nA}$.

- A. $\Phi = 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ V} \cdot \text{m}$
- B. $\Phi = 3.7 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{m}$
- C. $\Phi = 4.8 \cdot 10^{-13} \text{ V} \cdot \text{m}$
- D. $\Phi = 0$

24. All'interno di un condensatore, vuoto, con armature piane e parallele, collegato ad una batteria erogante una tensione V costante, il campo elettrostatico vale:

- A. $E = 0$
- B. $E = V/d$, dove d è la distanza fra le armature
- C. $E = Vd$, dove d è la distanza fra le armature
- D. $E = \epsilon_0 A/d$, dove d è la distanza fra le armature ed A la loro area.

26. Per un conduttore, in condizioni di equilibrio elettrostatico, all'esterno il campo elettrostatico in un punto molto vicino alla sua superficie, caratterizzata dalla densità di carica superficiale σ , risulta :

- A. ortogonale alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- B. ortogonale alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- C. parallelo alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- D. parallelo alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

27. Due fili rettilinei paralleli, infinitamente lunghi, sono percorsi da correnti stazionarie discordi. Tra i due fili si manifesta una azione meccanica reciproca:

- A. nulla
- B. di tipo attrattivo
- C. di tipo repulsivo
- D. parallela alla loro direzione

27. Un magnete è fermo all'interno di un solenoide. Il solenoide

- A. è percorso da una corrente indotta
- B. non è percorso da una corrente indotta
- C. è percorso da una corrente di spostamento
- D. è percorso da una corrente indotta ed una corrente di spostamento

28. Una spira rigida di forma quadrata di lato L , massa M e resistenza R , viene fatta cadere dalla quota H , secondo la direzione dell'accelerazione di gravità. Se in tutto lo spazio esiste un campo magnetico uniforme diretto orizzontalmente, ovvero perpendicolarmente al piano individuato dalla spira, avviene che:

- A. La spira è percorsa da una corrente indotta
- B. La spira non è percorsa da una corrente indotta

- C. La spira è percorsa da una corrente di spostamento
- D. La spira è percorsa da una corrente indotta ed una corrente di spostamento

29. Nel caso del quesito precedente:

- A. La corrente indotta vale: $I_{indotta} = \frac{BL^2}{RT}$, con T tempo di caduta.
- B. La corrente indotta vale: $I_{indotta} = 0$
- C. La corrente indotta vale: $I_{indotta} = \frac{TBL^2}{R}$, con T tempo di caduta.
- D. La corrente indotta vale: $I_{indotta} = \frac{RBL^2}{T}$, con T tempo di caduta

30. Uno studente, imprigionato nella cavità interna di un conduttore, segnala la propria presenza all'esterno agitando una bacchetta isolante carica. Il campo elettrico all'esterno del conduttore

- A. varia in funzione della posizione della bacchetta, rivelando la presenza dello studente.
- B. rimane costante e non rivela quindi la presenza dello studente
- C. varia se la bacchetta viene agitata orizzontalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.
- D. varia se la bacchetta viene agitata verticalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.

Soluzioni:

Esercizio n. 1:

Il sistema può essere scomposto nei due dipoli \vec{p}_1 e \vec{p}_2 , entrambi di modulo qd e orientati così come mostrato in figura: il loro risultante è orientato come l'asse y, e vale

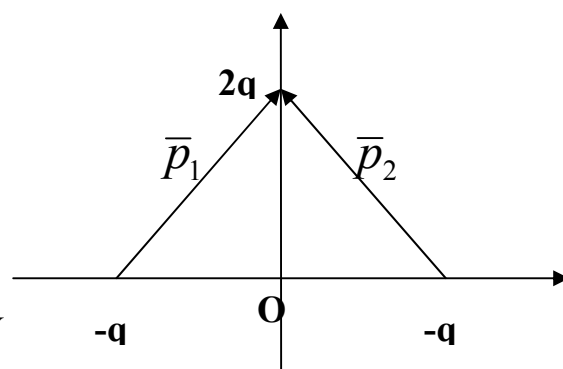
$$\vec{p} = \hat{j} \cdot 2p_1 \cos \vartheta = \hat{j} qd \frac{\sqrt{3}}{2} 2 = \hat{j} 1.73 \cdot 10^{-7} \text{ Cm}.$$

Nell'approssimazione di dipolo, il potenziale in P_0 vale:

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{\left(y_0 - \frac{d\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 12.2 \cdot 10^3 V$$

Il campo elettrico nell'origine è dato da:

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-q}{d^2/4} + \frac{-q}{d^2/4} + \frac{2q}{d^2} \right) = \frac{-3q}{2\pi\epsilon_0 d^2} = -5.39 \cdot 10^6 V/m$$



Esercizio n. 2:

Il campo elettrico interno al conduttore che costituisce il guscio sferico è nullo.

Applicando il teorema di Gauss ad una superficie Σ interna al guscio sferico si ha:

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{E}) = 0 = Q^{(INT)} / \epsilon_0,$$

dove $Q^{(INT)}$ è la somma della carica Q_1 e della carica q_2 che si distribuisce sulla superficie di limitazione del guscio di raggio R_2 . Dunque:

$$Q^{(INT)} = Q_1 + q_2 = 0, \text{ da cui } Q_1 = -q_2. \text{ Pertanto:}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi R_2^2} = -\frac{Q_1}{4\pi R_2^2} = -7.96 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2.$$

La differenza di potenziale vale:

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E_0 dr = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} = 9 \cdot 10^4 \text{ V}.$$

Tenendo conto che i conduttori sono equipotenziali, si ha:

$$V_1 - V(\infty) = \int_0^{\infty} E_0 dr = \int_{R_1}^{R_2} E_0 dr + \int_{R_3}^{\infty} E_0 dr$$

Quindi si ottiene:

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} + \frac{(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_3}$$

Esercizio n. 3

Le componenti x e y del campo sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \cos\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{k \sin 2\theta \cos\theta d\theta}{R} = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi} \sin 2\theta \cos\theta d\theta = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi} 2 \sin\theta \cos\theta \cos\theta d\theta = \\ &= \frac{k}{2\pi\epsilon_0 R} \left. \frac{\cos^3 \theta}{3} \right|_0^{\pi} = -\frac{k}{3\pi\epsilon_0 R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \sin\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{k \sin 2\theta \sin\theta d\theta}{R} = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi} \sin 2\theta \sin\theta d\theta = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi} 2 \sin\theta \cos\theta \sin\theta d\theta = \\ &= -\frac{k}{2\pi\epsilon_0 R} \left. \frac{\sin^3 \theta}{3} \right|_0^{\pi} = 0 \end{aligned}$$

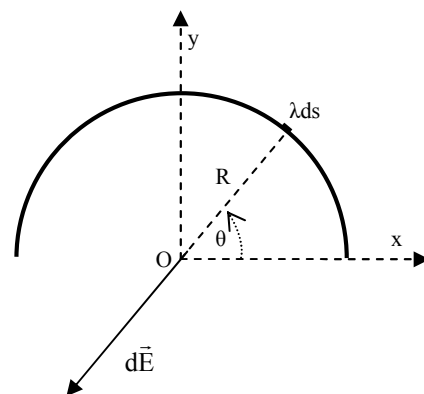
La carica del filo ed il potenziale elettrico in O sono entrambi nulli. Infatti:

$$Q = \int_0^{\pi R} \lambda ds = \int_0^{\pi} kR \sin 2\theta d\theta = Rk \int_0^{\pi} 2 \sin\theta \cos\theta d\theta = 2Rk \left. \frac{\sin^2 \theta}{2} \right|_0^{\pi} = 0$$

$$\begin{aligned} V(O) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi R} \frac{\lambda ds}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} k \sin 2\theta d\theta = \\ &= \frac{k}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} 2 \sin\theta \cos\theta d\theta = \frac{k}{4\pi\epsilon_0} \left. \frac{\sin^2 \theta}{2} \right|_0^{\pi} = 0 \end{aligned}$$

Il campo magnetico prodotto dalla corrente I in un filo a forma di arco di raggio R ed angolo di apertura θ , nel centro dell'arco ha modulo $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \theta$. Applicando questa formula al filo a forma di

semicirconferenza si ha $B = \frac{\mu_0 I}{4R}$.



Esercizio n. 4

La f.e.m. indotta f_i vale :

$$f_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{d}{dt}[Blx(t)] = -Blv;$$

L'intensità della corrente è data dalla legge di Ohm:

$$i = \frac{f_i}{R} = -\frac{Blv}{R};$$

La potenza dissipata è data da:

$$W = i^2 R = \frac{(Blv)^2}{R};$$

La corrente i , scorrendo nel tratto CD immerso nel campo B , vi causa una forza magnetica:

$$F_M = ilB = -\frac{B^2 l^2 v}{R}, \text{ diretta in verso opposto a } v. \text{ La forza esterna richiesta per far procedere CD a velocità}$$

costante è uguale e contraria ad F_M :

$$|\overline{F}| = \frac{B^2 l^2 v}{R} = 2 \cdot 10^{-3} N.$$